EL (GRAN) JUEGO DE LA LÓGICA #3

Tercer juego: traducir

Les he mentido. Lo confieso. Les dije que me estaba inventando todo de manera completamente caprichosa, pero ni a) he sido yo el inventor –aunque alguien lo ha sido– ni b) ha sido de manera caprichosa –pero bien podría haberlo sido–. Disfrutando como nunca, han aprendido ustedes a efectuar operaciones abstractas sobre elementos abstractos, y los beneficios de ese ejercicio no se pueden exagerar. Ahora vamos a reducir un poco el nivel de abstracción. Comentamos antes que nuestro juego es, con igual derecho, un lenguaje, con sus expresiones correctas e incorrectas, su simbología etc. Pero es un lenguaje **no interpretado,** lo que significa que sus elementos no tienen referentes, no se refieren a nada en particular. Ahora vamos a *interpretarlo*. **Interpretar** un lenguaje formal es establecer un diccionario de significados. Tomemos todos los elementos de nuestro lenguaje y vayamos asignándoles significados. Las posibles asignaciones son infinitas, pero sólo algunas tendrán algún interés o utilidad. Podemos decidir que las variables representan colores, números, jugadores, animales, genes etcétera, y los operadores relaciones, proporciones, parentescos, prioridades, conexiones etc. En algunos casos estas atribuciones pueden generar resultados interesantes, pero el juego ha sido diseñado de tal forma que admite, de modo ejemplar, una determinada interpretación. Tan es así, que, en realidad, nos basta con atribuir dos significados especiales (y opuestos) a dos de los símbolos para que todos los demás adquieran los suyos por su propio peso.

Los valores

A partir de ahora, vamos a interpretar el **1** como símbolo de "**verdadero**", y el **0** como símbolo de "**falso**". Como veremos, casi automáticamente convertimos nuestro juego en una herramienta de traducción del lenguaje natural, con la peculiaridad de que esta traducción conserva únicamente la *forma* del lenguaje, su estructura formal, su esquema general, lo que presenta inesperadas sorpresas.

Las variables

¿De qué clase de entidades podemos decir que son verdaderas o falsas? ¿Podemos decir que una piedra es verdadera o falsa? Bueno, a veces lo hacemos, pero es una forma metafórica de hablar. En realidad, atribuimos verdad o falsedad a las *declaraciones sobre el mundo*. No a las preguntas, ni a las cosas, ni a las órdenes[1]. ¿Qué significará, por ejemplo que **p** vale 1 o 0? Pues que **p** es verdadero o falso, de modo que, en esta interpretación, **p** no puede representar un color, o una orden, o una pregunta (tales cosas no pueden ser verdaderas ni falsas): debe representar una **declaración**[2]. Más concretamente, entenderemos que nuestras variables son **variables proposicionales**, porque representan lo que en lógica se llama *proposición*. Una proposición es el mensaje contenido en una afirmación[3] simple, de las que normalmente se expresan en una frase simple con un sujeto y un predicado. Como veremos ahora, las oraciones compuestas que expresan más de una proposición quedarán representadas en nuestro lenguaje mediante combinaciones de variables y operadores, Exacto, fbf's.

---

[1] ¿o son vds. de esos tipos absurdos que, a la pregunta "oye, ¿qué hora es?", contestan "¡Falso!"? ¿O cuando se les pide "acércame el cuaderno" replican "¡mentira!"?

[2] O, como se dice técnicamente, una frase *apofántica*

[3] Puede parecer más exacto definirla como *declaración*, ya que es tan simple una afirmación como una negación, pero, como no disponemos de operador para las afirmaciones y sí para las negaciones… Bueno, olvídenlo y sigan con el texto.

Los operadores

Este: ¬

Veamos qué pasa con los operadores. Tomemos la tabla que definía la operación **¬**. Recuerden que convertía en 1 el 0 y viceversa. Con la nueva interpretación, es algo que convierte en falsa una declaración verdadera y viceversa. ¿Cómo se las apaña el lenguaje natural para llevar la contraria? Consideren la frase "hoy llueve". Podría ser expresada mediante **p**. Si **p** es falsa, ¿cómo, y qué, será **¬ p**? Fácil: será "hoy *no* llueve", y será verdadera. A la inversa, si p es verdadera (si efectivamente hoy llueve), **¬ p** será falso (será falso "hoy no llueve"). Exactamente lo que indica la tabla del operador monádico. De modo que este operador tiene un correlato muy claro en el lenguaje natural: es la negación, y traduce, por tanto, cualquier forma que tenga el lenguaje natural de expresar la negación. Se acabó llamar "ángulo recto" a este operador. A partir de ahora lo llamaremos **negador** o **negación**, y la expresión **¬ p** se leerá "no p"

Este otro: ∧

Consideremos el "capirucho", Según su tabla, une dos frases de tal forma que el conjunto resulta verdadero sólo en el caso de que ambas lo sean. Piensen. ¿Cómo se afirman dos frases en el lenguaje natural para especificar que ambas (no una u otra) son verdaderas? Si, por ejemplo, **p** es "hoy llueve" y **q** es "hoy es fiesta", ¿qué será **p ∧ q**? Pues claro: "hoy llueve **Y** es fiesta". El lenguaje une frases de forma que ambas deban ser verdaderas mediante conjunciones de varios tipos y otros recursos, todos los cuales van a ser expresados mediante este operador. Razón por la cual queda bautizado como **conjuntor** o **conjunción**, y leeremos la fbf **p ∧ q** como "p y q".

Ahora, este: ∨

Buscamos ahora algo que, en el lenguaje natural, corresponda, según su tabla de verdad, con el operador que llamamos por última vez "uve", Es decir, buscamos la forma que tiene el lenguaje natural de enlazar dos frases de modo que *al menos una de ellas debe ser verdadera para que lo sea el grupo*. Cconsidere esto: cuando digo **p ∧ q**, estoy diciendo que las dos cosas ocurren (sólo en ese caso su tabla vale 1), pero cuando digo **p ∨ q**, su tabla me indica que tiene que ser verdad **p** o serlo **q**, es decir, este operador es el **disyuntor** o **disyunción**, y lo leeremos "p o q". ¿Cuándo es verdad esta frase? Cuando llueve, **O** cuando es fiesta. O cuando pasan las dos cosas a la vez. Sólo es falsa cuando no pasa ninguna de las dos (su tabla arroja 0 sólo cuando **p** vale 0 y **q** vale 0)

Vamos con este: →

El lenguaje natural a veces no se limita a afirmar un conjunto o plantear una alternativa de dos frases, sino que establece la dependencia de una con respecto a la otra. Este operador expresa algo falso únicamente en el caso de que se dé lo que especifica **p** y no se dé lo que dice **q**. Eso sólo ocurre, si lo piensan bien, cuando establezco una *conexión causal* entre **p** y **q**. Si yo digo que rezar hace que apruebe la asignatura, ¿qué habría de pasar para que resultase falso? Que efectivamente me dedicara a rezar (**p** vale 1) y, sin embargo, se produjese el fracaso (**q** vale 0). Así, que **p → q** se leerá "p implica q" o "si p, entonces q", y, en vez de "flecha", le llamaremos **implicador** o **implicación** (o condicional)

Y el último: ↔

Por la pinta y por la tabla, este operador viene a ser como una doble implicación de **p** a **q** y de **q** a **p**, de modo que lo llamaremos **bicondicional** o **biimplicador**. Esto suele aparecer en el lenguaje natural como "si y sólo si p, entonces q", o "si p, entonces y sólo entonces q". O, simplemente, "p equivale a q", o "q únicamente en el caso de que p"

Tabla y fbf

Hay otras relaciones lógicas y lingüísticas, pero todas se pueden reducir a combinaciones de las que hemos visto. Por ello, es posible traducir *cualquier* pasaje a una o varias fbf's, pero, en el proceso, perdemos parte de la información (el contenido real que expresan las frases) para retener sólo la forma, la estructura del discurso. Por eso, esta operación de traducción se denomina **formalización**.

La tabla, por su parte, gana un significado nuevo: cuando resolvemos los operadores, cada fila de la tabla nos dice si la frase compuesta general es verdadera o falsa para esa combinación de variables verdaderas y falsas particular. Si todas las filas arrojan un valor de 1, estamos ante una tautología. Una tautología, por lo tanto, se corresponde siempre con frases que resultan verdaderas necesariamente (o razonamientos correctos), con independencia de que sus componentes individuales lo sean o no. Una contradicción traduce siempre frases automáticamente falsas (o razonamientos incorrectos). Pero el comportamiento de una contingencia *sí* depende de la verdad o falsedad particulares de sus proposiciones simples integrantes, cosa que especifica su tabla con toda precisión. Volveremos luego felizmente sobre esto.

A formalizar.

Héteme aquí que formalizar es, como cualquier traducción, tanto un arte como una ciencia. Todos[4] los demás juegos de la lógica pueden ser descritos y acometidos con total precisión, pero en este hace falta práctica además de teoría. Puesto que en el lenguaje natural hay muchas maneras distintas de expresar las mismas cosas, elisiones, matices, ambigüedades etc, hay que ser flexibles sin renunciar a la fidelidad a la hora de elegir los símbolos.

➢Asignaremos una variable diferente a cada mensaje simple del texto que sea realmente diferente

➢Algunas veces –pocas– bajo una sola frase simple hay más de una proposición

➢Muy a menudo se utilizan distintas palabras para decir las mismas cosas. Recuerden que, como toda traducción, la formalización debe estimar únicamente los significados, las proposiciones expresadas por las palabras. Si **p** es “Juana come pan”, usaremos la misma variable **p** para “Juana devora pan”, “el pan es comido por Juana” y similares.

➢Los operadores lógicos no traducen palabras, sino ideas.
- El conjuntor no traduce sólo “y”, sino cualquier forma que tenga el lenguaje natural de dar a entender la unión de dos ideas: a veces un punto o una coma o un paréntesis o un guión etc. Recuerden también que hay varios tipos de conjunciones (copulativas, adversativas etc), con diferentes matices que no deben confundirnos
- A veces se usan frases enteras –que no se formalizarán con variables– para expresar una negación. Consideren esta frase: “no es cierto que los alumnos sean unos vagos”. Vean que hay más de un verbo, y, por tanto, más de una proposición. Pero la formalización sería simplemente **¬ p**. Igual que en “es imposible que x valga 5”
- La disyunción debe emplearse siempre que el texto exprese una alternativa, sea cual sea el modo en que lo hace. “O vienes pronto o te encontrarás la puerta cerrada” se

[4] Aunque habrá que matizar esto más tarde, cuando veamos el último y DE-FI-NI-TI-VO juego

traduce como $p \lor q$[5], igual que afirmaciones del tipo "Una de dos: o estudiamos o fracasamos", o expresiones que contengan el giro "o bien"

- El implicador se utilizará siempre que el texto establezca condiciones o conexiones causales o explicativas, y eso puede ocurrir de muchas maneras gramaticalmente diferentes. Las siguientes (y otras) frases se traducirían igualmente por $p \to q$:

  "Si llueve, entonces me mojo"
  "Llueve. Por tanto, me mojo"
  "Me mojo, porque llueve"
  "Que llueva implica que me moje"
  "Me mojo como consecuencia de la lluvia"
  "Cuando llueve, me mojo"

- El bicondicional es menos frecuente, pero más fácil de identificar. $p \leftrightarrow q$ será:

  " dos masas son iguales si y sólo si tienen el mismo número de átomos"
  "Sólo cuando dos masas tienen el mismo número de átomos son iguales"
  "Dos masas son iguales únicamente en el caso de que tengan el mismo número de átomos"
  "Que dos masas sean iguales equivale a que tengan el mismo número de átomos"

➤Algunas frase no cumplen ningún papel lógico relevante, o son redundantes, o son aclaratorias o auxiliares. No las formalizaremos

Formalicemos estas frases cortas:

Empecemos por determinar las variables necesarias. Luego identifiquemos los operadores implicados. Pero pongamos especial cuidado en fijar qué va con qué, qué es causa de qué y cuál es el operador principal en cada caso

1. *"Si los jóvenes lógicos placentinos incumplen las leyes, recibirán la sanción correspondiente y no podrán ser felices"*

Veo aquí tres declaraciones distintas:

p: los jóvenes lógicos placentinos incumplen las leyes
q: recibirán la sanción correspondiente
r: podrán ser felices (no pongo el "no", porque eso es un operador que añadiremos luego)

De modo que aquí dice: "si p, q y no r". Necesito, por tanto, un implicador, un conjuntor y un negador. El negador va con la r, y el conjuntor enlaza eso con la q. El conjunto es consecuencia de p. Pues ya está: $p \to (q \land \neg r)$.

Un momento, ¿y por qué no $(p \to q) \land \neg r$? ¿O es lo mismo? **No**, no es lo mismo. Al formalizar pueden ocurrírsenos varias alternativas (como estas dos). Como en cualquier traducción, debemos elegir la que mejor conserve el sentido del original. Observen que la primera fbf es una *implicación* entre dos cosas y la segunda fórmula es una *conjunción*, es decir, *afirmamos dos cosas* que no tienen porqué estar relacionadas. En la primera afirmo que el incumplimiento de las leyes tiene una doble consecuencia, pero en la segunda sólo establezco una consecuencia. En la primera, ser infelices es una de las consecuencias de incumplir las leyes; en la segunda, ser infelices no es consecuencia de nada, va a ocurrir de todas formas. El texto afirma lo primero, no lo segundo

2. *"No es cierto que Godofredo sea pintor y su hermano piloto de pruebas"*

---

[5] Por supuesto, sólo emplearemos un disyuntor, aunque en el texto se repite la partícula "o", ya que $\lor p \lor q$ estaría lamentablemente mal formada. Se repite la "o", pero sólo hay una disyunción entre la p y la q.

¿Cuántas variables precisaremos? Hay tres frases simples, pero la primera sólo es una forma de negar algo ("No es cierto que" es lo mismo que "no"). De modo que necesitamos una **p** para "Godofredo es pintor" y una **q** para "su hermano (es) piloto de pruebas". Se niega algo y se une copulativamente algo, luego necesitamos un negador y un conjuntor. ¿Qué se niega y qué se conjunta? ¿Cuál de las fbf siguientes formaliza correctamente el texto?:

$\neg p \wedge \neg q$
$\neg (p \wedge q)$

De nuevo, *no* estamos diciendo lo mismo en ambas fbf's. En la segunda decimos que no es verdad que se den a la vez p y q, negamos el conjunto, pero en la primera negamos cada elemento individualmente, negamos p y negamos q, y eso es más de lo que dice el texto.

3. *"O te quedas en casa y aceptas las normas, o te vas a vivir por tu cuenta[6]"*
Aquí se plantea una alternativa entre dos opciones (la primera de las cuales es doble). Nuevamente necesitaremos tres variables: "o **p** y **q**, o **r**"
$(p \wedge q) \vee r$
pero no $p \wedge (q \vee r)$

4. *"Si bebes, no conduzcas. Y si conduces, no bebas[7]"*
$(p \rightarrow \neg q) \wedge (q \rightarrow \neg p)$

5. *"Cuando salí de Cuba, dejé mi vida y dejé mi amor: cuando salí de Cuba, dejé enterrado mi corazón"*:
Necesitamos **p**, **q**, **r**, otra vez la **p** y **s**
Tenemos esto hasta los dos puntos: $p \rightarrow (q \wedge r)$
Y esto otro hasta el final: $p \rightarrow s$ (recuerden que "cuando" es otra forma de expresar una implicación)
Piensen ahora: ¿qué conexión lógica, representada en este caso por los dos puntos, hay entre estos dos trozos formalizados? Es de implicación: lo segundo es consecuencia de lo primero. El "poeta" deja enterrado su corazón **porque** deja su vida y su amor:
$[p \rightarrow (q \wedge r)] \rightarrow (p \rightarrow s)$

Y ahora formalizaremos fragmentos mayores

¿Sería posible formalizar un libro entero? Claro que sí, pero el resultado sería muy engorroso porque necesitaríamos muchas variables distintas y muchos niveles de paréntesis. No resultaría interesante. Pero en ocasiones puede que sí lo sea convertir en una sola fbf todo un párrafo. Observen que la última formalización del capítulo anterior ya era más compleja que las anteriores, y que hemos acometido su traducción por tramos o partes: hasta los dos puntos, y luego el resto, para reunificarlo todo al final. Esa es exactamente la política que seguiremos cuando formalicemos textos mayores que un par de líneas: asignaremos variables como siempre, pero luego iremos formalizando por unidades (generalmente bien delimitadas con puntos, o comas). Observen, observen:

---

[6] Ja, ja. ¿Les suena de algo?

[7] "no conduzcas" y "no bebas" son dos enunciados imperativos. Dijimos antes que, en general, sólo se formalizan oraciones declarativas, y las órdenes genuinas no lo son. Ya. Sin embargo, estas no son simples instrucciones, sino que se proporciona una causa o razón, o se establece la obligación bajo una condición: hay, pues, una conexión implicativa, y por eso es posible formalizarlas

1. "Si los jóvenes lógicos placentinos apoyan a su profesor [p], entonces renunciarán a su vida disipada o disoluta [q]. Y si lo rechazan [¬ p], tendrán más tiempo libre para aburrirse [r]. Pero, una de dos, o escuchan a su profesor [p], o lo ignoran [¬ p]. Por lo tanto, los jóvenes lógicos placentinos habrán de abandonar su vida licenciosa [q] o se aburrirán más" [r]

Fíjense, en primer lugar, en la asignación de variables, porque hay algunos aspectos notables:

- **a)** "renunciarán a su vida disipada o disoluta" es una sola proposición, aunque incluya la disyunción "o". Esta se formaliza sólo cuando enlaza proposiciones, no (como en este caso) cuando une dos términos que son más o menos sinónimos.
- **b)** "lo rechazan" no es una frase nueva, porque equivale a la negación de "lo apoyan". De modo que la formalizaremos con la misma variable, pero negada (no hay un "no" explícito, pero los dos verbos apoyar y rechazar expresan, en este contexto, la misma acción afirmada y negada).
- **c)** "Escuchan al profesor o lo ignoran" es una disyuntiva entre dos cosas que ya hemos leído antes, aunque con otras palabras. Son de nuevo la **p** y su negación
- **d)** De la misma forma, "tener más tiempo libre para aburrirse" y "se aburrirán más" deben considerarse lógicamente idénticas, aunque las frases sean lingüísticamente distintas. Se usa para ambas la misma variable
- **e)** "Vida disipada y disoluta" y "vida licenciosa" es la misma cosa
- **f)** "una de dos" es una expresión que simplemente anuncia una alternativa

Formalicemos ahora por partes:

- **a)** Hasta el primer punto tenemos $\mathbf{p \rightarrow q}$
- **b)** Lo siguiente es $\mathbf{\neg p \rightarrow r}$ (esta frase se inicia con una "Y", que usaremos luego para enlazarla con la anterior)
- **c)** Tercero: $\mathbf{p \vee \neg p}$ (Hay aquí un "pero" que luego veremos)
- **d)** Finalmente $\mathbf{q \vee r}$ (el "por lo tanto" sirve para conectar esto con todo lo anterior)

Enlacemos ahora estos cuatro fragmentos[8]. ¿Cómo? Pues como nos indique el texto. Sólo tenemos que detectar cómo están relacionados estos cuatro datos en el párrafo:

1) El primero y el segundo están afirmados conjuntivamente (se afirma una cosa **y** se afirma luego otra. De hecho, hay una conjunción –"Y si lo rechazan…"–, pero seguiría tratándose de una conjunción aunque no se enunciara explícitamente). Queda tal que así:
$\mathbf{(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow r)}$. Vean que tenemos que usar paréntesis para que quede claro el alcance de este conjuntor

2) El tercer trozo comienza con un "Pero"; eso es otra conjunción (da lo mismo que sea adversativa en lugar de copulativa, se traducen todas con nuestro conjuntor). Debe unirse conjuntivamente con… ¿con qué? Con lo que ya llevamos formalizado hasta ahora. Así:
$\mathbf{[(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow r)] \wedge (p \vee \neg p)}$ (necesitamos los corchetes, para eliminar toda ambigüedad)

3) El último fragmento es la conclusión. Lo sabemos porque incluye la expresión "Por lo tanto", si bien lo sabríamos igualmente aunque no apareciese este indicador (el lenguaje puede muy bien omitirlo). Es la consecuencia ¿de qué? De todos los datos anteriores.

$$\mathbf{\{[(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow r)] \wedge (p \vee \neg p)\} \rightarrow (q \vee r)}$$

[8] Esto, en el caso de que deseemos convertirlo todo en una fbf. En determinados casos puede ser suficiente dejar la formalización en este punto. Seguiremos informando

Qué bonito.

2. "En este punto, los audaces lógicos placentinos tienen dos posibilidades: o repasan las valiosas enseñanzas de su profesor [p] y se toman un tiempo de descanso [q], o continúan disfrutando con la lectura de este fascinante documento [r]. Si optan por lo primero [p ∧ q], comprenderán en todo su alcance las maravillas de la ciencia de la lógica [s], pero existe el peligro de que abandonen todas las demás asignaturas [t]. En el segundo caso [r], aprenderán pronto un nuevo y admirable juego [u]. Ahora bien, sabemos por experiencia que hay que dedicarse también a las demás materias [¬t] y que, si la fecha del examen está próxima [v], conviene terminar el estudio de la nuestra [r]. Por lo tanto, más vale seguir trabajando sin descanso [¬q]".

- **a)** Vamos a ignorar la primera frase hasta los dos puntos, puesto que su ausencia no cambia nada (sólo sirve para anunciar la disyuntiva). Esto es lo que hay hasta el siguiente punto: $(p \wedge q)\ r$
- **b)** Esto hasta el siguiente: $(p \wedge q) \rightarrow (s \vee t)$
- **c)** Luego, esto $r \rightarrow u$
- **d)** "Ahora bien" es otra manera de expresar conjunción entre lo anterior y lo que viene. Omitimos el "sabemos por experiencia que", y nos queda $\neg t \wedge (v \rightarrow r)$
- **e)** Esto es todo:

$$\langle |\{[(p \wedge q) \vee r] \wedge [(p \wedge q) \rightarrow (s \vee t)]\} \wedge (r \rightarrow u)| \wedge [\neg t \wedge (v \rightarrow r)] \rangle \rightarrow \neg q$$

(si leen la fbf antes de tiempo, podría parecerles terriblemente compleja, pero sólo tienen que seguir los pasos descritos para que desaparezca la complicación y emerja la belleza. ¿Verdad que sí?)

Formalización y Sherlock Holmes

Nosotros amamos la lógica por sí misma, por su belleza, por su integridad moral. Por su buen rollo. No nos hacen falta más razones. Pero, haberlas, haylas: además de buena, bonita y barata, la lógica puede resultar muy útil. Puede servir para averiguar cosas o para solucionar acertijos. Dejen que les presente los siguiente intrigantes casos policiales[9].

1. Se ha cometido un robo en Londres. El delincuente o delincuentes ha(n) transportado el género robado en un coche. Tres sospechosos habituales (Morgan, Flanagan y Mortimer) fueron conducidos a Scotland Yard para su interrogatorio. Se establecieron los siguientes hechos:

a) Ninguna otra persona, al margen de los citados, está implicada en el robo.
b) Morgan no se embarca nunca en ningún trabajo sin ayuda de Flanagan.
c) Mortimer no sabe conducir.
¿Es Flanagan inocente o culpable?

La formalización puede permitirnos recoger las relaciones lógicas entre los datos, y las tablas pueden ofrecernos información sobre la pregunta que se nos formula. Vamos a necesitar sólo tres variables, una por cada sospechoso:

[9] Tomados de los libros de Raymond Smullyan (búsquenlo por ahí, si quieren más ejemplos). Este autor, sin embargo, no aplica la lógica formal para resolverlos, como vamos a hacer nosotros.

p: “Morgan es culpable”
q: “Flanagan es culpable”
r: “Mortimer es culpable”

En defnitiva, se trata de saber si q vale 1 o vale 0. Formalicemos ahora los datos establecidos en el interrogatorio:

a) **(p ∨ q) ∨ r** (alguno de ellos ha tenido que ser)
b) **p → q** (si ha sido Morgan, también Flanagan)
c) **r → (p ∨ q)**(como se ha empleado una furgoneta, Mortimer ha necesitado un cómplice, si es que está implicado).

Vamos a elaborar la tabla de la fbf resultante de unir (conjuntivamente) los tres datos:

{	[	(	p	∨	q	)	∨	r	]	∧	(	p	→	q	)	}	∧	[	r	→	(	p	∨	q	)	]
			1	1	1		1	1		1		1	1	**1**			**1**		**1**	1		**1**	1	1		
			1	1	1		1	0		1		1	1	**1**			**1**		**0**	1		**1**	1	1		
			1	1	0		1	1		0		1	0	0			0		1	1		1	1	0		
			1	1	0		1	0		0		1	0	0			0		0	1		1	1	0		
			0	1	1		1	1		1		0	1	**1**			**1**		**1**	1		**0**	1	1		
			0	1	1		1	0		1		0	1	**1**			**1**		**0**	1		**0**	1	1		
			0	0	0		1	1		1		0	1	0			0		1	0		0	0	0		
			0	0	0		0	0		0		0	1	0			0		0	1		0	0	0		

Interpretemos los resultados. La tabla arroja un resultado de 1 en cuatro casos (la columna gris corresponde al resultado total): las filas 1, 2, 5 y 6, lo que significa que los datos encajan en esas combinaciones particulares de valores para **p**, **q** y **r**. ¿Qué vale **q** en esos cuatro casos? Siempre 1. Luego Flanagan es culpable. Obsérvese que no podemos concluir nada sobre los otros dos sospechosos: los datos son compatibles (la fórmula vale 1) con su culpabilidad y con su inocencia, razón por la cual no se nos preguntaba sobre ellos, sino sólo sobre Flanagan.

2. Otro robo en Londres, pero vamos a cambiar de sospechosos para que recordemos con facilidad, por su inicial, qué representa cada variable: Peter, Quentin y Roderick. Peter y Roderick son gemelos, y pocas personas pueden distinguirlos. Se sabe que cada uno de los gemelos es tan tímido que nunca trabaja sin algún cómplice. Quentin, por su parte, es tan osado que siempre actúa solo. Además, varios testigos aseguran haber visto a uno de los gemelos en la ciudad de Liverpol a la hora del robo. Si nadie más es sospechoso, ¿quién es culpable y quién inocente?

Esto es lo que sabemos:
p: “Peter es culpable”
q: “Quentin es culpable”
r: “Roderick es culpable”
a) **(p ∨ q) ∨ r**
b) **[p → (q ∨ r)] ∧ [r → (q ∨ p)]**
c) **q → (¬p ∧ ¬r)**
d) **¬p ∨ ¬r**

Hala, hagan vds. la tabla, que yo ya estoy muy mayor para estas cosas. Es fácil deducir que los gemelos son inocentes, y Quentin culpable. Por tanto, los casos en los que la fórmula resultará verdadera deben ser aquellos en los que **p** y **r** valen 0 y **q** vale 1