EL (GRAN) JUEGO DE LA LÓGICA

Juego

La lógica es muchas cosas, pero nosotros la vamos a considerar un juego. Porque divierte. Pero, además, porque:

1) Tiene objetivos propios…
2) Que se logran mediante reglas propias…
3) Y “fichas” propias

Y es un GRAN juego porque no es *uno*, sino *varios* juegos en uno. Con la diferencia favorable de que todos ellos están relacionados, además de reunidos[1].

Fichas: es lo primero que necesitamos, aparte de jugadores (que van a ser vds.). O piezas, o materiales. Para abaratar costes, nuestras fichas van a ser **símbolos**. Escritos. Fáciles. Algunos, comunes a otros juegos; otros, específicos del nuestro. Los que yo diga, que para eso me estoy inventando yo el juego. Más tarde veremos qué hacemos con ellos.

Tabla de símbolos

No son muchos, pero los vamos a ordenar en diversas categorías, porque se utilizarán de diferentes formas. Recuerden que tanto su forma como su nombre son arbitrarios, convencionales y no significan nada (de momento):

1. Unos cuantos que llamaremos “variables”: **`p, q, r, s`** … y otras letras minúsculas sucesivas, si fueran necesarias (no se incluyen las comas en esta ni en las otras categorías)
2. Cinco más que llamaremos “operadores” . Para complicar un poco las cosas, habrá dos tipos de operadores:
    a. Operadores “diádicos”: **`K, A, C`** y **`E`** Esos cuatro. Ni uno más, ni uno menos. Porque sí.
    b. Operador “monádico: **`N`** Uno solo, ¿pasa algo?
3. Símbolos auxiliares (se llaman así porque auxilian, ayudan. Son relativamente menos importantes, pero también los necesitamos). Otros dos tipos:
    a. “Metavariables”: **`P, Q, R, S`** … Exacto, como las variables, pero en mayúsculas. Y su nombre también parece decirnos algo ¿verdad? Pues no. No es eso. Es porque sí. Es un nombre como otro cualquiera.
    b. Otros cuantos símbolos variados que no tienen ni siquiera nombre. Estos: 1, 2, 3 …, ———, y alguno más.

Primer juego: Fórmula bien formada (FBF)

Llamaremos “fórmula” a cualquier serie o hilera o sarta de símbolos, de cualquier longitud, de entre los que hemos enumerado más arriba. Por ejemplo:

`pCAr`

es una fórmula. Ahora bien, a partir de este momento, *no vale cualquier fórmula*: sólo aceptaremos determinadas fórmulas, y rechazaremos todas las demás. Así que será ese nuestro primer juego: distinguir “fórmulas bien formadas” (FBFs) de “fórmulas mal formadas” (FMFs, como la del ejemplo, por cierto) o, alternativamente, saber construir FBFs. Una fórmula estará bien formada si, en su

[1] Pero es también, y de un modo que quedará claro más tarde, un lenguaje, con su sintaxis y su semántica: sus signos, sus reglas gramaticales, su capacidad significante etc...

construcción, se ha seguido alguna o varias (una o varias veces) de las siguientes **reglas de formación** (o “reglas sintáticas”):

1. Una **variable sola** es una FBF
2. El **operador monádico seguido de UNA FBF** es una FBF
3. **UN operador diádico seguido de DOS FBF** es una FBF

Son sólamente tres las reglas de formación. Sólo hay tres maneras de fabricar FBFs, pero, como se pueden repetir indefinidamente, pueden escribirse FBFs de cualquier complejidad y longitud. Pero vamos por partes.

* **`pq`** NO es una FBF, porque ninguna de las reglas autoriza a pegar, por todo el morro, dos variables. O, visto de otra forma, ninguna regla autoriza a unir dos FBFs sin más.

* **`Q`** NO es una FBF, porque ninguna regla autoriza el uso de metavariables (se usarán para otra cosa, no para construir FBFs)

* **`p N`** NO es una FBF, porque el operador monádico debe preceder a otra FBF para constituir una nueva FBF, no seguirla

* **`p C r`** NO es una FBF, porque el operador diádico debe preceder a las dos FBFs

Argumentos y operadores

En general, cuando haya que decidir sobre la buena o mala formación de una fórmula compleja, habrá que ir analizándola por partes, sabiendo que a) **todo operador MONÁDICO debe tener a su derecha UNA FBF** (mejor dicho, una serie de símbolos que *serían* una FBF si estuviesen solos) y b) **todo operador DIÁDICO debe encontrarse ante DOS FBFs** (o, mejor dicho, dos series de símbolos que *serían* FBFs si estuviesen, por separado, solas). Después del recuento, no debe sobrar ni faltar nada.

Llamaremos “**argumento**” a esa FBF que debe seguir al operador monádico para constituir una nueva FBF y a cada una de las dos FBFs que siguen a un operador diádico. Así, todo operador monádico debe tener clara y correctamente definido **su argumento** y todo operador diádico debe tener clara y correctamente definidos **sus dos argumentos** para que la fórmula completa sea una FBF.

Y llamaremos **operador principal** de una FBF a aquel operador cuyo(s) argumento(s) constituye(n) la totalidad de la fórmula (será siempre el primero por la izquierda).

Veamos estos casos:

- **`Np`** FBF, porque el operador monádico se encuentra a la izquierda de su argumento (la variable **`p`**, que era, por la primera regla, una FBF)
- **`NNp`** FBF también. La segunda regla *no* dice que se unan dos operadores monádicos, pero, con todo, es una FBF. Cada operador tiene definido perfectamente su argumento: el argumento del segundo operador es la variable **`p`** (que sería una FBF, por la primera regla); ¿el argumento del primer operador está definido correctamente? Sí, es el grupo **`Np`**, que, según acabamos de ver, sería también una FBF si estuviese aislado. Consiguientemente, podemos acumular ilimitadamente operadores monádicos delante de una variable y el resultado seguirá siendo FBF[2].
- **`CpNr`** FBF: El operador **`C`**, como ordena la tercera regla, precede a dos grupos de símbolos: la variable **`p`** (que era una FBF) y el grupo **`Nr`** (que era, de acuerdo con la segunda regla, otra FBF)
- **`CpAr`** FMF. Repasa cada operador, y verás que falta o sobra algo: ¿Cuáles son los argumentos de la **`C`**? El primero está bien definido (la variable **`p`**), pero, ¿y el

[2] Esto no quiere decir que todas esas FBF resultantes sean idénticas: seguirán siendo FBF, pero distintas entre sí.

segundo? El grupo **Ar** NO sería una FBF en ningún caso, luego tampoco puede serlo el conjunto.

- **pArqN** FMF. Repasa cada operador, y verás que falta o sobra algo: ¿Cuáles son los argumentos de la **N**? No hay. Ya por eso mal. Pero sigamos. Sí están los de la **A**: **r** y **q**. Pero esa **p** inicial sería una FBF, con lo que tendríamos dos FBFs unidas sin más y luego la **N** esa. Horroroso.

Así, pues, **uno debe estar en condiciones, para este juego y para todos los demás de la lógica, de reconocer el alcance de cada operador**. Esto es fundamental. FUN-DA-MEN-TAL. Tanto, que lo repito: **uno debe estar en condiciones, para este juego y para todos los demás de la lógica, de reconocer el alcance de cada operador.:**

CKCpqpq

Veamos. Cada operador debe tener su (si es monádico) o sus (si es diádico) argumentos, sin que sobre ni falte nada. Como consecuencia de las reglas definidas, es más fácil revisar la fórmula de derecha a izquierda[3]

- Tomemos el primer operador desde la derecha, C: sus argumentos son 1º) **p** y 2º) **q** (las dos unidades inmediatamente a la derecha que serían FBFs si se encontrasen aisladas)
- El siguiente operador, en ese orden inverso, es K. Su primer argumento no puede ser solo C ni solo Cp, porque ninguna de estas fórmulas sueltas sería una FBF. Tiene que ser el grupo **Cpq** que, como hemos visto antes, sí sería una FBF caso de estar aislado. El segundo argumento solo puede ser la siguiente **p**
- Finalmente, el primer operador de la fórmula, C –que es también el operador principal– conecta, como primer argumento, el grupo identificado antes como una FBF (si se presentara aislado) **KCpqp** y, como segundo, la **q**. Esto es vergonzantemente fácil, pero veamos otro.

EKCpqCqrApNp

¿Qué me dicen? Se lo digo yo, revisando operadores desde la derecha:

Operador		Primer argumento	Segundo Argumento
1	N	p	-
2	A	p	Np
3	C	q	r
4	C	p	q
5	K	Cpq	Cqr
6	E	CKCpqCqr	ApNp

[3] Dicho más técnicamente, eso se debe a que se trata de una notación prefija, y no infija o sufija. Acepten mi palabra si les suena esto a chino

Segundo juego: tablas

Inventamos ahora una propiedad de las FBF. Por la presente, **queda establecido que las FBF *valen***, tienen valor o valores. Qué significa esto, o qué quiere decir "valor" en este contexto es algo que ahora no nos importa. Simplemente, igual que las FBF pueden tener una longitud u otra, pueden incluir o no un determinado operador, pueden ser bonitas o feas etcétera, decidimos ahora que las FBF pueden tener valores. Los valores posibles en este juego son 1 y 0. No busquen vds. ningún significado a estos dos símbolos. Simplemente, de acuerdo con sus posibles valores, clasificamos TODAS las FBFs en tres categorías:

1. **Tautologías** (o "fórmulas tautológicas"): son aquellas FBFs que *siempre* valen 1 (signifique esto lo que signifique). Por ejemplo, aunque esto sólo lo sé yo de momento, y vds. no, **`Cpp`**
2. **Contradicciones** (o "fórmulas contradictorias"): son las FBFs cuyo valor es *siempre* 0. Por ejemplo, **`KpNp`** (ya veremos por qué)
3. **Contingencias** (o "fórmulas contingentes"): son FBFs que, a veces valen 1, y a veces valen 0. **`CNpq`**, por ejemplo (se verá luego).

Objetivo de este juego

<u>Decidir, dada una FBF cualquiera, a qué categoría pertenece</u>. Para averiguarlo, habremos de elaborar, siguiendo unas reglas concretas, una **tabla** de unos y ceros que especifique, de forma inequívoca, todos los valores posibles de la fórmula. Una tabla es una matriz con filas y columnas de ceros y unos.

Reglas de este juego

1. Los valores finales de una FBF dependen de
    a. Las variables *DIFERENTES* que contenga
    b. Los diversos operadores de la FBF

Así, por ejemplo, **`CKCpqpq`** arrojará resultados distintos, en número y naturaleza, de **`KCrqp`**

2. Los valores finales de la FBF (y que determinarán a qué categoría pertenece) son los que aparecerán, del modo que especificaremos luego, verticalmente bajo el **operador principal** de la FBF.

Veamos la tabla de la siguiente FBF (que voy a hacer yo, porque vosotros aún no sabéis, pero en seguida lo podréis comprobar por vuestra cuenta):

C	**K**	**p**	**q**	**N**	**p**
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0

Todas las tablas tendrán este aspecto, aunque variará tanto el número de filas y columnas como la disposición concreta de unos y ceros. El resultado final en este caso 0 1 1 1, los valores de la primera columna (que aparece bajo la C, que es el operador principal). Se trata, por tanto, de una contingencia.

3. El número de columnas (de valores, de unos y ceros) de que constará la tabla es igual al de símbolos (operadores + variables, repetidos o no). En la tabla anterior son seis columnas.

4. El número de filas debe calcularse de antemano, de acuerdo con esta fascinante fórmula matemática:

   $nf = 2^{nvd}$, donde:

   - “nf” es el número de filas que tendrá la tabla
   - “nvd” es el número de variables *diferentes* que aparecen en la FBF que estamos “tabulando” o analizando. No el número total de variables, sino las que sean distintas.
   - (2 es el número de valores posibles de nuestro juego: 1, 0)

   Como podéis ver, el número de filas de la tabla es cuatro: aunque hay tres variables, sólo son dos las diferentes, de modo que el cálculo es como sigue: $nf = 2^{nvd} = 2^2 = 4$

5. Una vez conocidos estos datos, vamos a escribir las columnas que corresponden a cada una de las variables, de acuerdo con el siguiente plan:
   a. Localizamos la primera variable, y colocamos, verticalmente, la **mitad** (de nf, el número de filas calculado con la fórmula matemática) de “unos” y la otra **mitad** de “ceros”. En este caso, ponemos bajo la **p** dos “unos” y dos “ceros” (la mitad de cuatro es dos: usen una calculadora si no me creen). Tal que así:

C	K	p	q	N	p
		1			
		1			
		0			
		0			

Debe asignarse el mismo orden de valores a todas las apariciones de **p**:

C	K	p	q	N	p
		1			1
		1			1
		0			0
		0			0

   b. Localizamos la siguiente variable distinta, que es la **q**, y le asignamos la **mitad de la mitad** (hagan los cálculos: nf es 4, la mitad es 2 y la mitad de la mitad es 1) de “unos” y la **mitad de la mitad** de “ceros”. Completamos, con la misma pauta, la columna hasta el final:

C	K	p	q	N	p
		1	1		1
		1	0		1
		0	1		0
		0	0		0

Si se repitiese la **q**, colocaríamos la misma ordenación de "unos" y "ceros"[4]. ¿Y si existiese otra variable distinta más? Habría que seguir el juego: escribir bajo ella la **mitad de la mitad de la mitad** de "unos" y luego de "ceros" hasta completar la columna y terminar con todas las variables.[5]

c. Ahora ya sólo nos queda colocar los valores bajo los operadores. Y es el momento de revelarles un secreto: aunque este juego es convencional y arbitrario, estaba pensando en este asunto cuando bauticé a ciertos símbolos como operadores[6]: los llamamos operadores porque, efectivamente, expresan una operación. Una operación muy similar –pero distinta– a los operadores aritméticos como +, – etc, aunque sobre una variedad de valores sumamente limitada: sólo dos (el uno y el cero, ¿recuerdan? Las matemáticas utilizan infinitos valores. Nuestro juego es "bivalente" nada más). Cada operador efectúa una operación diferente sobre los valores de su (o sus dos) argumentos. De la misma forma que, en matemáticas, multiplicar no es lo mismo que restar, en lógica no es lo mismo "C-ar" que "K-ar"[7]. **Nos queda definir en qué consiste cada operación lógica**.

Voy a definir estas operaciones con el mismo espíritu de siempre: como a mí me dé la gana, porque esto es convencional y yo hago lo que quiero con mi juego (si no les gusta, créense su propio juego):

N	p
0	1
1	0

Observen la columna que aparece bajo el operador, y compárenla con la que aparece bajo su argumento (en este caso una variable, pero puede ser una fbf de cualquier complejidad). Esta tablita está indicándonos, ni más ni menos, el comportamiento del operador N, o el resultado de "N-ar" los valores 1 y 0: cuando deban calcular los resultados de este operador (no de otro), recuerden que arroja un resultado de 0 si su argumento vale 1 (como se ve en la primera fila) y de 1 si su argumento vale 0 (en la segunda fila). Así, que ya lo saben: cada vez que tropiecen con un operador N simplemente **determinen cuál es su argumento e inviertan sus valores**. Eso es lo que hace este operador: llevar la contraria. Los valores así calculados, aunque aparecen sólo debajo del operador, son el resultado de *toda* la fórmula dominada por el operador.

[4] Quizá hayas adivinado que, de lo que se trata, es de pura combinatoria: queremos recoger, en cada fila, todas las combinaciones posibles de los valores de las variables: una fila en la que las dos variables valgan 1; otra en la que la primera valga 1 y la segunda cero, otra a la inversa, y otra en la que las dos variables valgan 0. No hay más combinaciones posibles (con dos variables distintas), ni tampoco menos. Por ello es necesaria una tabla con cuatro filas, ni una más (entonces se habría repeticiones innecesarias), ni una menos (en cuyo caso perderíamos alguna posible combinación).

[5] ¿Cuánto es la 'mitad de la mitad de la mitad' en este caso? Cero coma cinco. ¿Debo poner medio uno y medio cero debajo de esta tercera variable? No, lo que debes poner es atención: si hubiera una tercera variable distinta, entonces el número de filas de la tabla no sería 4, sino 8, y, en ese caso, la 'mitad de la mitad de la mitad' sería 1 de nuevo. La columna que corresponde a la última variable distinta será siempre una serie de unos y ceros alternados.

[6] Otros denominan a estos símbolos "conectivas", precisamente porque permiten unir dos FBF (o una). Por cierto, y ya que estamos, los nombres de "diádico" y "monádico", aunque convencionales, no son casuales: los operadores diádicos se llaman así porque unen *dos* FBF, y el monádico debe su nombre a su *único* argumento.

[7] Estos nombres no son serios. Habrá que cambiarlos por otros más impresionantes. Más tarde.

Los otros operadores efectúan otras operaciones (por eso son *otros* operadores, y utilizamos símbolos distintos). Pero son diádicos, lo que quiere decir que se aplican a *pares* de valores, y no a valores individuales como el monádico. O sea, que funcionan no como el operador matemático √ (eso lo hace nuestro monádico), por ejemplo, sino como la multiplicación o la suma: siempre se multiplican o suman *dos* números. Y, dado que nuestra lógica es bivalente, debemos considerar cuatro (y no dos, como con el monádico) casos en la definición de su comportamiento. Vean, vean:

	K	p	q	**A**	p	q	**C**	p	Q	**E**	p	q
(a)	**1**	1	1	**1**	1	1	**1**	1	1	**1**	1	1
(b)	**0**	1	0	**1**	1	0	**0**	1	0	**0**	1	0
(c)	**0**	0	1	**1**	0	1	**1**	0	1	**0**	0	1
(d)	**0**	0	0	**0**	0	0	**1**	0	0	**1**	0	0

Estas tablas definen las cuatro operaciones diádicas cuando sus argumentos valen (a) los dos 1, (b) el primero 1 y el segundo 0, (c) el primero 0 y el segundo 1 y (d) los dos valen 0.

Pueden recordar fácilmente el operador **K** reteniendo simplemente que su resultado es 0 excepto cuando sus dos argumentos valen 1. O multiplicando los valores de sus argumentos[8].

El operador **A** produce siempre 1, excepto cuando sus argumentos valen, ambos, 0. Y se comporta casi como una suma (salvo en el caso primero, donde debería valer 2, pero nosotros no tenemos ese símbolo)[9].

El operador **C** sólo vale 0 cuando su primer argumento vale 1 y el segundo 0, y uno en los demás casos[10].

El operador **E** parece comportarse como una "doble **C**": convierte en 0 la combinación de valores 1-0 pero también, como una especie de **C** inversa, convierte en 0 la combinación 0-1. Más fácil de recordar: arroja un resultado de 1 cuando sus argumentos valen lo mismo y 0 en otro caso[11].

[8] Razón por la cual a veces se denomina a este operador "producto (o multiplicación) lógico". Pero recuerden, *no* es una multiplicación, porque es un operador lógico, no aritmético, aunque se *comporta como si* lo fuese.

[9] Exacto. También se llama a este operador "suma lógica".

[10] Este operador es un tanto caprichoso (de hecho da lugar a ciertas paradojas que no podemos comentar aquí. No, por favor, no insistan). Si tienen vds. una mente amante de las simetrías, pueden encontrar una operación matemática equivalente, pero ya más compleja: Eleven Q a P y obtendrán los mismos resultados (que yo sepa, nadie ha llamado a este operador "exponenciación inversa lógica", pero podría hacerse con igual derecho).

[11] Si tienen una mente obsesionada ya con las simetrías, lo siento, pero no conozco una operación aritmética simple que simule esta relación lógica (vaaaale, pueden vds multiplicar las dos exponenciaciones, directa e inversa – $Q^P \times P^Q$ –y obtendrán los mismos resultados, pero eso es ya más complicado que aprenderse la tablita). Por otra parte, este operador se llama también equivalencia o igualdad lógica, porque, como apreciarán más tarde (o ahora mismo, si piensan un poco) **P↔Q** es como P=Q. Pero dejen de perder el tiempo con esta (fascinante) nota y vuelvan a las tablas.

Continuemos ahora con la tabla que teníamos a medias:

C	K	p	q	N	p
		1	1		1
		1	0		1
		0	1		0
		0	0		0

Ya sabemos cómo efectuar las operaciones, así hay que “K-ar” **p** y **q** (estos son sus dos argumentos, ¿no?), siguiendo paso a paso su tabla definitoria, o recordando simplemente que es como multiplicar. Esto es lo que queda ahora (en gris las columnas empleadas, y en amarillo claro el operador que estamos calculando):

C	K	p	q	N	p
	1	1	1		1
	0	1	0		1
	0	0	1		0
	0	0	0		0

Recuerden que el resultado es el conjunto de valores NO de la **K**, sino de la operación establecida entre **p** y **q**.

Ahora, operación C. ¿Entre qué y qué? Pues su primer argumento con su segundo argumento. Atención aquí: el primer argumento de la C es el grupo Kpq. Sus valores correspondientes, que habrá que “C-ar”, NO son los que aparecen debajo de la **p**, ni debajo de la **q**: estos valores fueron utilizados para obtener el resultado del operador K, y no se utilizan más. Tomen nota de esto: <u>cada columna de valores se emplea UNA y sólo una vez en un cálculo</u>.

Pero tenemos otro problema con el segundo argumento. Es **Np**, y sólo tenemos los valores de **p**. Creo que toda la audiencia comprende que es necesario efectuar primero el cálculo monádico para, posteriormente, terminar la tabla:

C	K	p	q	N	p
	1	1	1	**0**	1
	0	1	0	**0**	1
	0	0	1	**1**	0
	0	0	0	**1**	0

Y ahora sí que sí (de nuevo, en gris las columnas empleadas, y en amarillo claro el operador que estamos calculando:

C	K	p	q	N	p
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0

Repitamos el proceso con otra FBF, de forma más rápida: **CKCpqNqNp**

1. Calculamos número de filas. Cuatro variables, pero sólo dos distintas; así que $2^2 = 4$

CKCpqNqNp

2. Construimos el "esqueleto" de la tabla: colocamos los valores bajo las variables. Dos unos y dos ceros bajo las **p** y uno cero uno cero bajo las **q**

C	K	C	p	q	N	q	N	p
			1	1		1		1
			1	0		0		1
			0	1		1		0
			0	0		0		0

3. Resolvemos el operador C, porque conocemos los valores de sus argumentos **p** y **q**: de acuerdo con su tabla definitoria, este operador sólo arroja un resultado de cero en el segundo caso

C	K	C	p	q	N	q	N	p
		1	1	1		1		1
		0	1	0		0		1
		1	0	1		1		0
		1	0	0		0		0

4. Los otros dos operadores diádicos aún no pueden calcularse, puesto que todavía no tenemos los valores de todos sus argumentos. Fíjense que el segundo argumento de **K** NO es **q** (no nos valdrían, por tanto, sus valores, que aparecen debajo), sino **Nq** (cuyos valores, que aún no tenemos, serán los que aparezcan bajo el operador monádico, cuando lo resolvamos). Lo mismo pasa con la otra C.
Por tanto, resolvemos los operadores monádicos (tenemos los valores de sus argumentos **q** y **p**, respectivamente). De acuerdo con la tabla del operador monádico, se trata de invertir sus valores

C	K	C	p	q	N	q	N	p
		1	1	1	**0**	1	**0**	1
		0	1	0	**1**	0	**0**	1
		1	0	1	**0**	1	**1**	0
		1	0	0	**1**	0	**1**	0

5. Calculamos ahora la K, porque tenemos los valores de sus dos argumentos (no podemos aún resolver el operador principal porque nos faltan los valores, precisamente, de su primer argumento, que aparecerá bajo su operador principal, la K). El primero es **Cpq** y el segundo es **Nq.** Los valores que deben "K-arse" son los que aparecen debajo de *sus* operadores principales (y únicos, en este caso). De acuerdo con la tabla definitoria de **K**, sólo se obtiene un uno en el último caso

C	K	C	p	q	N	q	N	p
	0	1	1	1	0	1	0	1
	0	0	1	0	1	0	0	1
	0	1	0	1	0	1	1	0
	1	1	0	0	1	0	1	0

6. Resolvemos finalmente el último operador, que es el operador principal y determinará el tipo de FBF que hemos tabulado. Observen que se trata de otra C, pero ahora no se da el único caso en el que una C arroja un valor de 0. "C-amos" la columna de la K (op. principal de su primer argumento) y la segunda N (op. principal de su segundo argumento). Se trata, por lo tanto, de una hermosa tautología[12].

C	K	C	p	q	N	q	N	p
1	0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	1	0	1	0

Tercer juego: traducir

Les he mentido, lo confieso. Les dije que me estaba inventando todo de manera completamente caprichosa, pero ni a) he sido yo el inventor –aunque alguien lo ha sido– ni b) ha sido de manera caprichosa –pero bien podría haberlo sido–. Disfrutando como nunca, han aprendido ustedes a efectuar operaciones abstractas sobre elementos abstractos, y eso es bueno. Ahora vamos a reducir un poco el nivel de abstracción. Comentamos antes que nuestro juego es, con igual derecho, un lenguaje, con sus expresiones correctas e incorrectas, su simbología etc. Pero es un lenguaje **no interpretado,** lo que significa que sus elementos no tienen referentes, no se refieren a nada en particular. Ahora vamos a *interpretarlo*. **Interpretar** un lenguaje formal es establecer un diccionario de significados. Tomemos todos los elementos de nuestro lenguaje y vayamos asignándoles significados. Las posibles asignaciones son infinitas, pero sólo algunas tendrán algún interés o utilidad. Podemos decidir que las variables representan colores, números, jugadores, genes etcétera, y los operadores relaciones, proporciones, parentescos, prioridades, conexiones etc. En algunos casos estas atribuciones pueden generar resultados interesantes, pero el juego ha sido diseñado de tal forma que admite, de modo ejemplar, una determinada interpretación. Tan es así, que, en realidad, nos basta con atribuir dos significados especiales (y opuestos) a dos de los símbolos para que todos los demás adquieran los suyos por su propio peso.

Los valores

A partir de ahora, vamos a interpretar el **1** como símbolo de "**verdadero**", y el **0** como símbolo de "**falso**". Como veremos, casi automáticamente convertimos nuestro juego en una herramienta de traducción del lenguaje natural, con la peculiaridad de que esta traducción conserva únicamente la *forma* del lenguaje, su estructura formal, su esquema general, lo que presenta inesperadas sorpresas.

Las variables

¿De qué clase de entidades podemos decir que son verdaderas o falsas? ¿Podemos decir que una piedra es verdadera o falsa? Bueno, a veces lo hacemos, pero es una forma metafórica de hablar. En realidad, atribuimos verdad o falsedad a las *declaraciones sobre el mundo*. No a las preguntas, ni a las cosas, ni a las órdenes[13]. ¿Qué significará, por ejemplo que **p** vale 1 o 0? Pues que **p** es verdadero o falso, de modo que, en esta interpretación, **p** no puede representar un color, o una orden, o una pregunta (tales cosas no pueden ser verdaderas ni falsas): debe representar una **declaración**[14]. Más concretamente, entenderemos que nuestras variables son **variables proposicionales**, porque representan lo que en lógica se llama *proposición*. Una proposición es el mensaje contenido en una

[12] Tan hermosa que hasta tiene nombre: *Modus tollendo tollens*. Ya hablaremos.

[13] ¿o son vds. de esos tipos absurdos que, a la pregunta "oye, ¿qué hora es?", contestan "¡Falso!"? ¿O cuando se les pide "acércame el cuaderno" replican "¡mentira!"?

[14] O, como se dice técnicamente, una frase *apofántica*

afirmación[15] simple, de las que normalmente se expresan en una frase simple con un sujeto y un predicado. Como veremos ahora, las oraciones compuestas que expresan más de una proposición quedarán representadas en nuestro lenguaje mediante combinaciones de variables y operadores. Exacto, FBFs.

Los operadores

Este: N

Veamos qué pasa con los operadores. Tomemos la tabla que definía la operación **N**. Recuerden que convertía en 1 el 0 y viceversa. Con la nueva interpretación, es algo que convierte en falsa una declaración verdadera y viceversa. ¿Cómo se las apaña el lenguaje natural para llevar la contraria? Consideren la frase "hoy llueve". Podría ser expresada mediante **p**. Si **p** es falsa, ¿cómo, y qué, será **Np**? Fácil: será "hoy *no* llueve", y será verdadera. A la inversa, si p es verdadera (si efectivamente hoy llueve), **Np** será falso (será falso "hoy no llueve"). Exactamente lo que indica la tabla del operador monádico. De modo que este operador traduce, por tanto, cualquier forma que tenga el lenguaje natural de expresar la negación. Se acabó llamar *ene* a este operador. A partir de ahora lo llamaremos **negador** o **negación**, y la expresión **Np** se leerá "no p"

Este otro: K

Según su tabla, une dos frases de tal forma que el conjunto resulta verdadero sólo en el caso de que ambas lo sean. Piensen. ¿Cómo se afirman dos frases en el lenguaje natural para especificar que ambas (no una u otra) son verdaderas? Si, por ejemplo, **p** es "hoy llueve" y **q** es "hoy es fiesta", ¿qué será **Kpq**? Pues claro: "hoy llueve **Y** es fiesta". El lenguaje une frases de forma que ambas deban ser verdaderas mediante conjunciones de varios tipos y otros recursos, todos los cuales van a ser expresados mediante este operador. Razón por la cual queda bautizado como **conjuntor** o **conjunción**, y leeremos la FBF **Kpq** como "p y q".

Ahora, este: A

Buscamos ahora algo que, en el lenguaje natural, corresponda, según su tabla de verdad, con el operador que llamamos por última vez "a", Es decir, buscamos la forma que tiene el lenguaje natural de enlazar dos frases de modo que *al menos una de ellas debe ser verdadera para que lo sea el grupo*. Consideren esto: cuando digo **Kpq**, estoy diciendo que *las dos cosas* ocurren (sólo en ese caso su tabla vale 1), pero cuando digo **Apq**, su tabla me indica que tiene que ser verdad **p** o serlo **q**, es decir, este operador es el **disyuntor** o **disyunción**, y lo leeremos "p o q". ¿Cuándo es verdad esta frase? Cuando llueve, **O** cuando es fiesta. O cuando pasan las dos cosas a la vez[16]. Sólo es falsa cuando no pasa ninguna de las dos (su tabla arroja 0 sólo cuando **p** vale 0 y **q** vale 0)

Vamos con este: C

El lenguaje natural a veces no se limita a afirmar un conjunto o plantear una alternativa de dos frases, sino que establece la *dependencia* de una con respecto a la otra. Este operador expresa algo falso únicamente en el caso de que se dé lo que especifica **p** y no se dé lo que dice **q**. Eso sólo ocurre, si lo piensan bien, cuando establezco una *conexión causal* entre **p** y **q**. Si yo digo que rezar hace que apruebe la asignatura, ¿qué habría de pasar para que resultase falso? Que efectivamente me dedicara a rezar (**p** vale 1) y, sin embargo, se produjese el fracaso (**q** vale 0). Así, que **Cpq** se leerá "p implica q" o "si p, entonces q", y, en vez de "ce", le llamaremos **implicador** o **implicación** (o condicional)

[15] Puede parecer más exacto definirla como *declaración*, ya que es tan simple una afirmación como una negación, pero, como no disponemos de operador para las afirmaciones y sí para las negaciones… Bueno, olvídenlo y sigan con el texto.

[16] Se trata de la disyunción inclusiva. En realidad hay otro tipo de disyunción, la disyunción exclusiva, pero no necesitamos complicarnos aquí.

Y el último: **E**

Por la tabla, este operador viene a ser como una doble implicación de **p** a **q** y de **q** a **p**, de modo que lo llamaremos **bicondicional** o **biimplicador**. Esto suele aparecer en el lenguaje natural como “si y sólo si p, entonces q”, o “si p, entonces y sólo entonces q”. O, simplemente, “p equivale a q”, o “q únicamente en el caso de que p”

Tabla y FBF

Hay otras relaciones lógicas y lingüísticas, pero todas se pueden reducir a combinaciones de las que hemos visto. Por ello, es posible traducir *cualquier* pasaje a una o varias FBFs, pero, en el proceso, perdemos parte de la información (el contenido real que expresan las frases) para retener sólo la forma, la estructura del discurso. Por eso, esta operación de traducción se denomina **formalización**.

La tabla, por su parte, gana un significado nuevo: cuando resolvemos los operadores, cada fila de la tabla nos dice si la frase compuesta general es verdadera o falsa para esa combinación de variables verdaderas y falsas particular. Si todas las filas arrojan un valor de 1, estamos ante una tautología. Una tautología, por lo tanto, se corresponde siempre con frases que resultan verdaderas necesariamente (o razonamientos correctos, si son razonamientos), con independencia de que sus componentes individuales lo sean o no. Una contradicción traduce siempre frases automáticamente falsas (o razonamientos incorrectos). Pero el comportamiento de una contingencia *sí* depende de la verdad o falsedad particulares de sus proposiciones simples integrantes, cosa que especifica su tabla con toda precisión. Volveremos luego felizmente sobre esto.

A formalizar.

Héteme aquí que formalizar es, como cualquier traducción, tanto un arte como una ciencia. Todos[17] los demás juegos de la lógica pueden ser descritos y acometidos con total precisión, pero en este hace falta práctica además de teoría. Puesto que en el lenguaje natural hay muchas maneras distintas de expresar las mismas cosas, elisiones, matices, ambigüedades etc, hay que ser flexibles sin renunciar a la fidelidad a la hora de elegir los símbolos.

- Asignaremos una variable diferente a cada mensaje simple del texto que sea realmente diferente
- Algunas veces –pocas– bajo una sola frase simple hay más de una proposición
- Muy a menudo se utilizan distintas palabras para decir las mismas cosas. Recuerden que, como toda traducción, la formalización debe estimar únicamente los significados, las proposiciones expresadas por las palabras. Si **p** es “Juana come pan”, usaremos la misma variable **p** para “Juana devora pan”, “el pan es comido por Juana” y similares.
- Los operadores lógicos no traducen palabras, sino ideas.
    - El conjuntor no traduce sólo “y”, sino cualquier forma que tenga el lenguaje natural de dar a entender la unión de dos ideas: a veces un punto o una coma o un paréntesis o un guión etc. Recuerden también que hay varios tipos de conjunciones (copulativas, adversativas etc), con diferentes matices que no deben confundirnos
    - A veces se usan frases enteras –que no se formalizarán con variables– para expresar una negación. Consideren esta frase: “no es cierto que los alumnos sean unos vagos”. Vean que hay más de un verbo, y, por tanto, más de una proposición. Pero la formalización sería simplemente **Np**. Igual que en “es imposible que x valga 5”
    - La disyunción debe emplearse siempre que el texto exprese una alternativa, sea cual sea el modo en que lo hace. “O vienes pronto o te encontrarás la puerta cerrada” se

[17] Aunque habrá que matizar esto más tarde, cuando veamos el último y DE-FI-NI-TI-VO juego

traduce como **Apq**[18], igual que afirmaciones del tipo "Una de dos: o estudiamos o fracasamos", o expresiones que contengan el giro "o bien"

- El implicador se utilizará siempre que el texto establezca condiciones o conexiones causales o explicativas, y eso puede ocurrir de muchas maneras gramaticalmente diferentes. Las siguientes (y otras) frases se traducirían igualmente por **Cpq**:
  - "Si llueve, entonces me mojo"
  - "Llueve. Por tanto, me mojo"
  - "Me mojo, porque llueve"
  - "Que llueva implica que me moje"
  - "Me mojo como consecuencia de la lluvia"
  - "Cuando llueve, me mojo"
- El bicondicional es menos frecuente, pero más fácil de identificar. **Epq** será:
  - " dos masas son iguales si y sólo si tienen el mismo número de átomos"
  - "Sólo cuando dos masas tienen el mismo número de átomos son iguales"
  - "Dos masas son iguales únicamente en el caso de que tengan el mismo número de átomos"
  - "Que dos masas sean iguales equivale a que tengan el mismo número de átomos"

- Algunas frase no cumplen ningún papel lógico relevante, o son redundantes, o son aclaratorias o auxiliares. No las formalizaremos

Formalicemos estas frases cortas:

Empecemos por determinar las variables necesarias. Luego identifiquemos los operadores implicados. Pero pongamos especial cuidado en fijar qué va con qué, qué es causa de qué y cuál es el operador principal en cada caso

1. *"Si los jóvenes lógicos placentinos incumplen las leyes, recibirán la sanción correspondiente y no podrán ser felices"*

Veo aquí tres declaraciones distintas:

p: los jóvenes lógicos placentinos incumplen las leyes
q: recibirán la sanción correspondiente
r: podrán ser felices (no pongo el "no", porque eso es un operador que añadiremos luego)

De modo que aquí dice: "si p, q y no r". Necesito, por tanto, un implicador, un conjuntor y un negador. El negador va con la r, y el conjuntor enlaza eso con la q. El conjunto es consecuencia de p. Pues ya está: **CpKqNr**.

Un momento, ¿y por qué no **KCpqNr**? ¿O es lo mismo? **No**, no es lo mismo. Al formalizar pueden ocurrírsenos varias alternativas (como estas dos). Como en cualquier traducción, debemos elegir la que mejor conserve el sentido del original. Observen que la primera FBF es una *implicación* entre dos cosas y la segunda fórmula es una *conjunción*, es decir, *afirmamos dos cosas* que no tienen porqué estar relacionadas. En la primera afirmo que el incumplimiento de las leyes tiene una doble consecuencia, pero en la segunda sólo establezco una consecuencia. En la primera, ser infelices es una de las consecuencias de incumplir las leyes; en la segunda, ser infelices no es consecuencia de nada, va a ocurrir de todas formas. El texto afirma lo primero, no lo segundo

2. *"No es cierto que Godofredo sea pintor y su hermano piloto de pruebas"*

¿Cuántas variables precisaremos? Hay tres frases simples, pero la primera sólo es una forma de negar algo ("No es cierto que" es lo mismo que "no"). De modo que necesitamos una **p** para

[18] Por supuesto, sólo emplearemos un disyuntor, aunque en el texto se repite la partícula "o", ya que **ApAq** estaría lamentablemente mal formada. Se repite la "o", pero sólo hay una disyunción entre la p y la q.

"Godofredo es pintor" y una **q** para "su hermano (es) piloto de pruebas". Se niega algo y se une copulativamente algo, luego necesitamos un negador y un conjuntor. ¿Qué se niega y qué se conjunta? ¿Cuál de las FBF siguientes formaliza correctamente el texto?:

- **KNpNq**
- **NKpq**

De nuevo, *no* estamos diciendo lo mismo en ambas FBFs. En la segunda decimos que no es verdad que se den a la vez p y q, negamos el conjunto, pero en la primera negamos cada elemento individualmente, negamos p y negamos q, y eso es más de lo que dice el texto.

3. *"O te quedas en casa y aceptas las normas, o te vas a vivir por tu cuenta*[19]*"*

Aquí se plantea una alternativa entre dos opciones (la primera de las cuales es doble). Nuevamente necesitaremos tres variables: "o **p** y **q**, o **r**"

- **AKpqr**
- **pero no KpAqr**

4. *"Si bebes, no conduzcas. Y si conduces, no bebas*[20]*"*

- **KCpNqCqNp**

5. *"Cuando salí de Cuba, dejé mi vida y dejé mi amor: cuando salí de Cuba, dejé enterrado mi corazón"*:

- Necesitamos **p**, **q**, **r**, otra vez la **p** y **s**
- Tenemos esto hasta los dos puntos: C**pKqr**
- Y esto otro hasta el final: **Cps** (recuerden que "cuando" es otra forma de expresar una implicación)
- Piensen ahora: ¿qué conexión lógica, representada en este caso por los dos puntos, hay entre estos dos trozos formalizados? Es de implicación: lo segundo es consecuencia de lo primero. El "poeta" deja enterrado su corazón al salir de Cuba **porque** deja su vida y su amor:
- **CCpKqrCps**

Y ahora formalizaremos fragmentos mayores

¿Sería posible formalizar un libro entero? Claro que sí, pero el resultado sería muy engorroso porque necesitaríamos muchas variables distintas y muchos niveles de paréntesis. No resultaría interesante. Pero en ocasiones puede que sí lo sea convertir en una sola FBF todo un párrafo. Observen que la última formalización del capítulo anterior ya era más compleja que las anteriores, y que hemos acometido su traducción por tramos o partes: hasta los dos puntos, y luego el resto, para reunificarlo todo al final. Esa es exactamente la política que seguiremos cuando formalicemos textos mayores que un par de líneas: asignaremos variables como siempre, pero luego iremos formalizando por unidades (generalmente bien delimitadas con puntos, o comas). Observen, observen:

1. "Si los jóvenes lógicos placentinos apoyan a su profesor [p], entonces renunciarán a su vida disipada o disoluta [q]. Y si lo rechazan [Np], tendrán más tiempo libre para aburrirse [r]. Pero, una de dos, o escuchan a su profesor [p], o lo ignoran [Np]. Por lo tanto, los

[19] Ja, ja. ¿Les suena de algo?

[20] "no conduzcas" y "no bebas" son dos enunciados imperativos. Dijimos antes que, en general, sólo se formalizan oraciones declarativas, y las órdenes genuinas no lo son. Ya. Sin embargo, estas no son simples instrucciones, sino que se proporciona una causa o razón, o se establece la obligación bajo una condición: hay, pues, una conexión implicativa, y por eso es posible formalizarlas

jóvenes lógicos placentinos habrán de abandonar su vida licenciosa [q] o se aburrirán más” [r]

Fíjense, en primer lugar, en la asignación de variables, porque hay algunos aspectos notables:

- **a)** “renunciarán a su vida disipada o disoluta” es una sola proposición, aunque incluya la disyunción “o”. Esta se formaliza sólo cuando enlaza proposiciones, no (como en este caso) cuando une dos términos que son más o menos sinónimos.
- **b)** “lo rechazan” no es una frase nueva, porque equivale a la negación de “lo apoyan”. De modo que la formalizaremos con la misma variable, pero negada (no hay un “no” explícito, pero los dos verbos apoyar y rechazar expresan, en este contexto, la misma acción afirmada y negada).
- **c)** “Escuchan al profesor o lo ignoran” es una disyuntiva entre dos cosas que ya hemos leído antes, aunque con otras palabras. Son de nuevo la **p** y su negación
- **d)** De la misma forma, “tener más tiempo libre para aburrirse” y “se aburrirán más” deben considerarse lógicamente idénticas, aunque las frases sean lingüísticamente distintas. Se usa para ambas la misma variable
- **e)** “Vida disipada y disoluta” y “vida licenciosa” es la misma cosa
- **f)** “una de dos” es una expresión que simplemente anuncia una alternativa

Formalicemos ahora por partes:

- **a)** Hasta el primer punto tenemos **Cpq**
- **b)** Lo siguiente es **CNpr** (esta frase se inicia con una “Y”, que usaremos luego para enlazarla con la anterior)
- **c)** Tercero: **ApNp** (Hay aquí un “pero” que luego veremos)
- **d)** Finalmente **Aqr** (el “por lo tanto” sirve para conectar esto con todo lo anterior)

Enlacemos ahora estos cuatro fragmentos[21]. ¿Cómo? Pues como nos indique el texto. Sólo tenemos que detectar cómo están relacionados estos cuatro datos en el párrafo:
1) El primero y el segundo están afirmados conjuntivamente (se afirma una cosa **y** se afirma luego otra. De hecho, hay una conjunción –“Y si lo rechazan…”–, pero seguiría tratándose de una conjunción aunque no se enunciara explícitamente). Queda tal que así:
KCpqCNpr.
2) El tercer trozo comienza con un “Pero”; eso es otra conjunción (da lo mismo que sea adversativa en lugar de copulativa, se traducen todas con nuestro conjuntor). Debe unirse conjuntivamente con… ¿con qué? Con lo que ya llevamos formalizado hasta ahora. Así:
KKCpqCNprApNp
3) El último fragmento es la conclusión. Lo sabemos porque incluye la expresión “Por lo tanto”, si bien lo sabríamos igualmente aunque no apareciese este indicador (el lenguaje puede muy bien omitirlo). Es la consecuencia ¿de qué? De todos los datos anteriores.
CKKCpqCNprApNpAqr

Qué bonito.

2. “En este punto, los audaces lógicos placentinos tienen dos posibilidades: o repasan las valiosas enseñanzas de su profesor [p] y se toman un tiempo de descanso [q], o continúan disfrutando con la lectura de este fascinante documento [r]. Si optan por lo primero [Kpq], comprenderán en todo su alcance las maravillas de la ciencia de la lógica [s], pero existe el peligro de que abandonen todas las demás asignaturas [t]. En el segundo caso [r], aprenderán

[21] Esto, en el caso de que deseemos convertirlo todo en una FBF. En determinados casos puede ser suficiente dejar la formalización en este punto. Seguiremos informando

pronto un nuevo y admirable juego [u]. Ahora bien, sabemos por experiencia que hay que dedicarse también a las demás materias [Nt] y que, si la fecha del examen está próxima [v], conviene terminar el estudio de la nuestra [r]. Por lo tanto, más vale seguir trabajando sin descanso [Nq]".

- **a)** Vamos a ignorar la primera frase hasta los dos puntos, puesto que su ausencia no cambia nada (sólo sirve para anunciar la disyuntiva). Esto es lo que hay hasta el siguiente punto: **AKpqr**
- **b)** Esto hasta el siguiente: **AKpqr**
- **c)** Luego, esto **Cru**
- **d)** "Ahora bien" es otra manera de expresar conjunción entre lo anterior y lo que viene. Omitimos el "sabemos por experiencia que", y nos queda **KNtCvr**
- **e)** Esto es todo: **CKKKAKpqrAKpqrCruKNtCvrNq**
  (si leen la FBF antes de tiempo, podría parecerles terriblemente compleja, pero sólo tienen que seguir los pasos descritos para que desaparezca la complicación y emerja la belleza. ¿Verdad que sí?)

Formalización y Sherlock Holmes

Nosotros amamos la lógica por sí misma, por su belleza, por su integridad moral. Por su buen rollo. No nos hacen falta más razones. Pero, haberlas, haylas: además de buena, bonita y barata, la lógica puede resultar muy útil. Puede servir para averiguar cosas o para solucionar acertijos. Dejen que les presente los siguiente intrigantes casos policiales[22].

1. Se ha cometido un robo en Londres. El delincuente o delincuentes ha(n) transportado el género robado en un coche. Tres sospechosos habituales (Morgan, Flanagan y Mortimer) fueron conducidos a Scotland Yard para su interrogatorio. Se establecieron los siguientes hechos:

a) Ninguna otra persona, al margen de los citados, está implicada en el robo.
b) Morgan no se embarca nunca en ningún trabajo sin ayuda de Flanagan.
c) Mortimer no sabe conducir.
¿Es Flanagan inocente o culpable?

La formalización puede permitirnos recoger las relaciones lógicas entre los datos, y las tablas pueden ofrecernos información sobre la pregunta que se nos formula. Vamos a necesitar sólo tres variables, una por cada sospechoso:

p: "Morgan es culpable"
q: "Flanagan es culpable"
r: "Mortimer es culpable"

En defnitiva, se trata de saber si q vale 1 o vale 0. Formalicemos ahora los datos establecidos en el interrogatorio:

a) **AApqr** (alguno de ellos ha tenido que ser)
b) **Cpq** (si ha sido Morgan, también Flanagan)
c) **CrApq** (como se ha empleado una furgoneta, Mortimer ha necesitado un cómplice, si es que está implicado.

Vamos a elaborar la tabla de la FBF resultante de unir (conjuntivamente) los tres datos:

[22] Tomados de los libros de Raymond Smullyan (búsquenlo por ahí, si quieren más ejemplos). Este autor, sin embargo, no aplica la lógica formal para resolverlos, como vamos a hacer nosotros.

K	K	A	A	p	q	r	C	p	q	C	r	A	p	q
1	1	1	1	1	**1**	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	**1**	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0
1	1	1	1	0	**1**	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	**1**	0	1	0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0

Interpretemos los resultados. La tabla arroja un resultado de 1 en cuatro casos (la columna gris corresponde al resultado total): las filas 1, 2, 5 y 6, lo que significa que los datos encajan en esas combinaciones particulares de valores para **p**, **q** y **r**. ¿Qué vale **q** en esos cuatro casos? Siempre 1. Luego Flanagan es culpable. Obsérvese que no podemos concluir nada sobre los otros dos sospechosos: los datos son compatibles (la fórmula vale 1) con su culpabilidad y con su inocencia, razón por la cual no se nos preguntaba sobre ellos, sino sólo sobre Flanagan.

2. Otro robo en Londres, pero vamos a cambiar de sospechosos para que recordemos con facilidad, por su inicial, qué representa cada variable: Peter, Quentin y Roderick. Peter y Roderick son gemelos, y pocas personas pueden distinguirlos. Se sabe que cada uno de los gemelos es tan tímido que nunca trabaja sin algún cómplice. Quentin, por su parte, es tan osado que siempre actúa solo. Además, varios testigos aseguran haber visto a uno de los gemelos en la ciudad de Liverpol a la hora del robo. Si nadie más es sospechoso, ¿quién es culpable y quién inocente?

Esto es lo que sabemos:
p: "Peter es culpable"
q: "Quentin es culpable"
r: "Roderick es culpable"
a) AApqr
b) KCpAqrCrAqp
c) CqKNpNr
d) **AKNpNr**

Hala, hagan vds. la tabla, que yo ya estoy muy mayor para estas cosas. Es fácil deducir que los gemelos son inocentes, y Quentin culpable. Por tanto, los casos en los que la fórmula resultará verdadera deben ser aquellos en los que **p** y **r** valen 0 y **q** vale 1